



TITLE:

巨視的計量モデルにおける乗数

AUTHOR(S):

森口, 親司

CITATION:

森口, 親司. 巨視的計量モデルにおける乗数. 經濟論叢 1968, 101(1): 81-93

ISSUE DATE:

1968-01

URL:

<https://doi.org/10.14989/133245>

RIGHT:

經濟論叢

第101卷 第1号

佐波宣平教授記念號

献 辞	出口 勇 藏	
組織論史におけるバーナード理論の意義	山 本 安 次 郎	1
スミス経済学における巨視的モデル	青 山 秀 夫	22
マクロ経済学の論理と政策的指向性	島 津 亮 二	35
資産選択の理論	鎌 倉 昇	53
ロ イ ズ	谷 山 新 良	62
巨視的計量モデルにおける乗数	森 口 親 司	81
Activity Analysis と立地モデル	小 林 清 晃	94
地域経済の構造分析	井 原 健 雄	111
輸送投入と産業連関分析	山 田 浩 之	131

佐波宣平 教授 略歴・著作目録

昭和43年1月

京都大學經濟學會

巨視的計量モデルにおける乗数

森 口 親 司

I 序

国民所得分析の教科書では、投資乗数や政府支出乗数についてきっちりと定義がなされていて、安定的な消費関数を前提とするかぎり、その分析上の有用性についても高く評価されているといえよう。しかし、クライン＝ゴールドバーガー・モデル以後、巨視的計量モデル（以下マクロ・モデルと略称する）が現実の経済予測の上でも、また政策当局の政策作定上も有用であることがひろくみとめられて、より大型のマクロ・モデルが開発されるにしたがって、乗数の内容は明確でなくなってきた。モデル自体が集計的経済変数の大きさだけを決定する連立方程式体系から、賃金・物価その他分配面の動向をもとらえることのできる体系へと成長したのである。内生変数の範囲は拡大し、ケインズ派接近から新古典派総合へと基礎的な観点も変った。

しかし他方ではモデルが実際的なればなる程、それをもちいて経済の動学的性質を検討することの興味は増大する。ヒックマン〔2〕、エバンス〔1〕等の最近の研究は大型モデルの動学的性質を主として乗数の観点から検討したものである。

この論文の目的は2つある。第1はマクロ・モデルにおいて求められる諸種の乗数の定義を整理して、非線型モデルでの問題点をあきらかにすることである。第2は実質所得にかんする乗数と名目所得にかんする乗数との関係を、価格弾力性を使って考察することである。さらにこれによって、ことなつた値をとると考えられる2種類の乗数の間の定量的な関係をとらえうることが示される。

II 乗数の定義

マクロ・モデルを一般に次のような連立定差方程式体系としてあらわすことができる。

$$y_t = \sum_{i=1}^k \pi_i y_{t-i} + \pi_0 z_t + v_t \quad (1)$$

y_t は内生変数のベクトル, z_t は外生変数のベクトル, v_t は攪乱項のベクトルである。これはマクロ・モデルの誘導形である。誘導形によって, 3種類の乗数, すなわち, 衝撃乗数, 動学乗数, および長期乗数を定義しよう。

(II. 1) 衝撃乗数 Impact multiplier

これはある外生変数 z_j の変化にたいして, 同一期間内に生ずる内生変数 y の変化をはかる。いうまでもなく, それは行列 π_0 で与えられる。

(II. 2) 動学乗数 Dynamic multiplier

動学乗数は外生変数 z の変化にたいして, 生ずる内生変数 y の変化を連続する数期間ないし, 数十期間にわたってはかる。したがって, それは数列の形で与えられる。

いま, 外生変数 z の時間経路を $\{z_t; t=1, 2, \dots, T\}$ であらわし, これに対応して定まる内生変数の時間経路を $\{y_t; t=1, 2, \dots, T\}$ であらわそう。 z の変化を Δz であらわし, 変化が第1期およびそれ以降に生ずるものとすれば, z の新しい時間経路を $z'_t = z_t + \Delta z_t$ とあらわすことができる。乗数を求める場合には z が第1期に Δz だけ変化し, それ以後は変化が生じないと想定する。したがって, $z'_t = z_t + \Delta z_0$ 。

時間経路 $\{z'_t; t=1, 2, \dots, T\}$ にたいして定まる y の経路を $\{y'_t; t=1, 2, \dots, T\}$ とすれば, y と y' との経路の差は,

$$y'_t - y_t = \sum \pi_i (y'_{t-i} - y_{t-i}) + \pi_0 \Delta z \quad (2)$$

で与えられる。いま z_j の乗数効果をみるために, $\Delta z' = (0, \dots, 0, \Delta z_j, 0, \dots, 0)$ であると想定しよう。(2)の両辺を Δz_j で割ると,

$$\frac{y'_t - y_t}{\Delta z_j} = \sum \pi_i \left(\frac{y'_{t-i} - y_{t-i}}{\Delta z_j} \right) + \pi_{0j} \quad (3)$$

となる。これが、 t 期における動学乗数である（ただし、 π_{0j} は行列 π_0 の第 j 列）。

動学乗数は、(3) から、第 1 期から始まる逐次計算によって求められる。また (3) の形からあきらかなように、動学乗数の経路 $\left\{ \frac{y'_t - y_t}{\Delta z_j}; t=1, 2, \dots, T \right\}$ は z の時間経路に依存しない。

(II. 3) 長期乗数

もしマクロ・モデルが定安的であれば、 z の時間経路 $\{z_t; t=1, 2, \dots, \infty\}$ にたいして、体系の均衡経路 $\{\bar{y}_t; t=1, 2, \dots, \infty\}$ があり、 y の初期条件がどのようなものであっても体系はこの経路に収束する。同様に $\{z'_t = z_t + \Delta z\}$ にたいしても、均衡経路 $\{\bar{y}'_t\}$ を考えることができる。長期乗数は Δz による均衡経路の変化 $\bar{y}'_t - \bar{y}_t$ をはかるものである。十分に大きな t にたいして、

$$\bar{y}'_t - \bar{y}_t = \bar{y}'_{t-1} - \bar{y}_{t-1} = \dots = \bar{y}'_{t-k} - \bar{y}_{t-k}$$

であるから、

$$\bar{y}'_t - \bar{y}_t = (I - \sum \pi_i)^{-1} \pi_0 \Delta z \quad (4)$$

でなければならない。 z_j にたいする長期乗数は

$$\frac{\bar{y}'_t - \bar{y}_t}{\Delta z_j} = (I - \sum \pi_i)^{-1} \pi_{0j} \quad (5)$$

となる。(3) と (4) を比較すれば、長期乗数が動学乗数の数列の極限值であることがただちにわかる。

マクロ・モデルについて長期乗数がどのような値をとるかということは、動学乗数に比べて現実的興味の薄い問題であるかもしれない。なぜなら長期乗数は遠い先の均衡状態にかなするものであり、実際問題として途中で絶えず生ずる衝撃によって、そのような均衡状態は実現しないだろうから。

しかし、それにもかかわらず長期乗数はモデルの動学的性質を示すひとつの指標として便利な性質をもっている。それは逐次計算によらないで簡単に求めることができる。またそれは動学乗数の時間的形態（タイム・シニープ）を支配するマクロ・モデルのタイム・ラグ構造と独立であり、単位期間の長さのことなるマクロ・モデルの間で比較することを可能とするのである。

(II. 4) 非線型マクロ・モデルにおける乗数

以上では線型マクロ・モデルでの乗数を議論した。ところが現実に開発されているマクロ・モデルは今やすべて非線型であって、上のような乗数の定義は可能でない。通常非線型性は価格・賃金の導入、所得の分配面のとりあつかいを通じてマクロ・モデルにあらわれる。その結果、乗数は実質 GNP とその構成要素、名目 GNP とその構成要素について別々に定義されなくてはならない。(この問題は最後の節でとりあつかう。)

これを別とすれば、非線型モデルでの乗数は、時間経路 $\{y_t; t=1, 2, \dots, T\}$ および $\{y'_t; t=1, 2, \dots, T\}$ をシミュレーションの形で計算し、

$$\frac{y'_t - y_t}{\Delta z_t}$$

によって求められる点で前と同様である。だが非線型モデルではつぎの点に注意しなければならない。

(i) 乗数の値は z の時間経路と独立でない。

(ii) 乗数の値は Δz_t の大きさと独立でない。

このことは価格・賃金が内生化されたモデルで政府実質支出増加率の高い場合と、低い場合とをくらべれば、明らかであろう。

非線型モデルではこの点の任意性を抑えるためにある標準的な z の経路およびそれに対応する y の経路を考え、乗数をこの y との比較において定義するのが普通である。たとえば、クラインのウォートン・スクール・モデル(ペンシルバニア大学・四半期)では失業率を4%に維持し、物価・賃金上昇率が一定の低い値をたもつような z の経路を考え、これにたいする y の経路を control solution とよんでいる。またわが国の場合なら、中期経済計画とか経済社会発展計画における数字を標準ケースと考え、これを基礎に乗数を求めることができる。

(II. 5) ひとつの簡便法

以上のようにして定義した乗数は、大型のマクロ・モデルでは非常に一般化された内容をもっていて、初期の乗数分析においてもっていた単純明快さは失われている。それは独立支出と GNP との間の、有効需要原理にもとづく定数

であるだけでなく、価格・賃金および分配所得の変動を通じてあらわれる独立支出と GNP との関係をも反映しているのである。

乗数によってことなるモデルの間の比較検討を行うとき、このように一般化された乗数が適当であるかどうかは問題である。むしろモデルの間で共通する消費・投資・輸入等の支出関数だけから、簡単に乗数を求める方が適当であるかもしれない。このとき、乗数は、

$$k = \frac{1}{1 - \frac{dC}{dV} - \frac{dI}{dV} + \frac{dM}{dV}}$$

で与えられる。 V は GNP, C , I , M はそれぞれ、消費、投資、輸入である。

この簡便法によるならばマクロ・モデルの中から関連した方程式だけを取り出せばよい。たとえば、消費関数で支出係数が個人可処分所得 Y_d (実質) にかんして与えられているとき

$$\frac{dC}{dV} = \frac{\partial C}{\partial Y} \cdot \frac{dY}{dV}$$

であり、 $\frac{\partial C}{\partial Y}$ を消費関数から、 $\frac{dY}{dV}$ を分配セクターの関係式から求めることができる。

簡便法を非線型マクロ・モデルについても応用できることはあきらかであろう。衝撃乗数を求める場合には、モデルを線型化すればよい。長期乗数を求める場合にも、各変数間で長期的になりたっている比率（たとえば、資本・産出高比率、適正在庫率、所得分配率等々）を用いることによって、簡単に計算することができる。

このようにして求められる乗数は、現実的なマクロ・モデルにおける「単純化された」乗数であり、さきにのべた一般化された乗数とことなっており、それはもはやモデル全体の動学的性質をあらわす指標ではない。

Ⅲ 実質所得乗数と名目所得乗数

——佐波教授著『弾力性経済学』によせる——

巨視的計量モデルのスコープを拡大して、価格・賃金を内生的にとりあつか

うとき、モデルは通常非線型となる。そのようなモデルで、乗数をシミュレーションによって計算することは可能であるが、体系全体のワーキングを考慮するかぎり、つまり実物部門と貨幣的部門との相互作用を考慮するかぎり、乗数を明瞭に定義することすら困難である。

この場合独立支出の GNP にたいする乗数効果は、(i) 独立支出の変化の大きさにたいして比例的でなく、(ii) 垂直的（あるいは累積的）乗数効果と水平的乗数効果（独立支出の水準の一回かぎりの変化に対応する）とが一致する保証はなく、さらに、(iii) 外生変数の経路をどのように与えるかによって、同じ大きさの独立支出変化量からもたらされる乗数効果は同一ではない。いうまでもなく、これらは線型モデルにおいて生ずることのない問題である。

さらに価格を内生化したモデルでは乗数効果を実質ないし数量的にみるのか、それとも名目あるいは貨幣的タームでみるのかという問題がある。独立支出が名目水準でコントロールされ、その実質的支出内容が価格変化によって変化する場合、名目のタームでの乗数効果を測ることの方が自然であるかもしれない。

さらに実質乗数と名目乗数との間の違いについて何らかの有用な関係を見出しておくことが望ましいであろう。これらの問題を考察するために、本節では価格を内生化した簡単なモデルを設定して、

(i) 乗数をどのように定義することができるか、

(ii) そのとき実質所得乗数と貨幣所得乗数との関係はどうなるかの2点について考察することとする。

モデルは次のようなものである。

$$\begin{aligned}
 \text{消費} \quad C &= a_0 + a_1 \frac{Y}{P_0} \\
 \text{投資} \quad I &= b_0 + b_1 V + b_2 K_{-1} \\
 V &= C + I + A \\
 Y &= p_c C + p_i I + p_a A = pV
 \end{aligned} \tag{1}$$

V = 実質 GNP, K_{-1} = 期首実質資本ストック

p_c, p_i, p_a, p はそれぞれ消費・投資・独立支出、および GNP のデフレーター

ター

Y は名目 GNP であるが、もし法人所得が Y の線型関数であるならば（たとえば中期マクロ・モデルのそのように）、 Y と個人可処分所得との間には間接税率、個人所得税率を介して線型の関係がなりたつから、上の簡単な消費関数とより現実的な消費関数との間の差違は一見するほど大きくはない。

投資関数は能力原理型であり、実質化された変数にかんする一次式で与えられている。もし利潤原理型の投資関数を考慮するとすれば Y/p_i が V のかわりに説明変数として採用されることになる。

(Ⅲ. 1) 実質所得乗数

上のモデルで、実質所得乗数（衝撃乗数）を求めよう。価格変化を無視すれば、基準時点 ($p=p_i=p_e=p_A=1.0$) において、

$$\frac{dV}{dA} = \frac{1}{1-a_1-b_1}$$

となることはあきらかである。

価格変化を考慮するならば、まず個々の支出係数はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dV} &= \frac{\partial C}{\partial V} + \frac{\partial C}{\partial p} \frac{dp}{dV} + \frac{\partial C}{\partial p_e} \frac{dp_e}{dV} \\ &= a_1 \frac{p}{p_e} + a_1 \frac{V}{p_e} \frac{dp}{dV} - a_1 \frac{pV}{p_e^2} \frac{dp_e}{dV} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに全微分 $\frac{dp}{dV}$, $\frac{dp_e}{dV}$ は体系の他の部分（上のモデルでは明示していない価格決定関数）を通じて決定される。

ここで価格にかんして決定関係を明示的に扱わずにすませるために、有効需要 $Y=pV$ にかんする価格・産出高の弾力性を考えよう。

$$\begin{aligned} e_p + e_0 &\equiv 1 \\ e_p &= \frac{dp}{dY} \bigg/ \frac{p}{Y} \\ e_0 &= \frac{dV}{dY} \bigg/ \frac{V}{Y} \end{aligned} \quad (3)$$

これらはいうまでもなく全弾力性であって、体系全体にふくまれる個々の関数関係を通じての影響がすべて考慮されている。

いま、実質有効需要 V にかんする弾力性を e' であらわすことにすれば、

$$e_p' = \frac{dp}{dV} \bigg/ \frac{p}{V} \quad (4)$$

$$e'_{pc} = \frac{dp_c}{dV} \bigg/ \frac{p_c}{V}$$

このとき e と e' の間につきのような関係がなりたつ。

$$e_p' = e_p / e_0 \quad (5)$$

$$e'_{pc} = e_{pc} / e_0$$

.....

(2)式は e' を用いることによってつぎのようにかきかえられる。

$$\frac{dC}{dV} = a_1 \frac{p}{p_c} (1 + e_p' - e_{pc}')$$

(3)および(5)から、これは

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dV} &= a_1 \frac{p}{p_c} \cdot \frac{1}{e_0} (1 - e_{pc}) \\ &= a_1 \frac{p}{p_c} \cdot \frac{1 - e_{pc}}{1 - e_p} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。

投資係数については価格効果が存在しないから、基準時点において、実質所得乗数は

$$\frac{dV}{dA} = \frac{1}{1 - a_1 \frac{1 - e_{pc}}{1 - e_p} - b_1} \quad (7)$$

となる。

したがって価格を内生化したモデルにおいても、もし $e_{pc} = e_p$ ならば、すなわち相対価格体系に変化が生じなければ、(7)で与えられた実質所得乗数に変化は生じない。現在の日本経済について予想されるように、もし $e_p < e_{pc}$ であるならば、実質所得乗数は価格を内生化したモデルでは小さくなると期待される。

価格の有効需要弾力性 e_p , e_{pc} を導入することによって、以上の点がはっきりするだけでなく、さらに全弾力性はデータから直接計算することができるところに長所をもつ。もちろん全弾力性はあらゆる効果の合計のひとつの表示であるにすぎず、それ自体安定的なある値をもつことはあり得ないが、観測期間

内で乗数効果の大きさについて、ある程度の見当をつけるのに役立つであろう。たとえば、年次データから求めた全弾力性は、昭和35年と40年のそれぞれにおいて下の表の通りである。35年において e_{pc} と e_p はともに値も小さくまた差も小さいから、実質所得乗数に影響があるとは考えられない。しかし、40年にかんして、表1の弾力性の値を採用するとすれば、実質所得乗数の表示(7)において消費係数の大きさは15%だけわり引かれることになる。これは実質所得乗数をかなり低下させる効果をもつ。

表1 価格の有効需要(全)弾力性

	35 年	40 年
e_p	0.19	0.58
e_{pc}	0.17	0.64
e_{pi}	0.10	0.09

(Ⅲ. 2) 名目所得乗数 $\frac{dY}{dp_a A}$

名目所得乗数を求めるためには、名目ベースでの消費係数・投資係数を求めなければならない。名目ベースの消費関数は

$$p_c C = a_0 p_c + a_1 Y$$

であるから

$$\begin{aligned} \frac{d(p_c C)}{dY} &= a_0 \frac{dp_c}{dY} + a_1 \\ &= a_0 \cdot e_{pc} \frac{p_c}{Y} + a_1 \end{aligned}$$

となる。ところが $\frac{a_0 p_c}{Y} = \frac{p_c C}{Y} - a_1$ であることから、これはつぎのようにかきかえられる¹⁾。

$$\frac{d(p_c C)}{dY} = e_{pc} \frac{p_c C}{Y} + (1 - e_{pc}) a_1 \quad (8)$$

このとき消費係数が、平均消費性向 $\frac{p_c C}{Y}$ と限界消費性向 a_1 との加重平均となっていることに注意しよう。

名目ベースの投資関数は

1) この式は篠原三代平教授によって最初に導かれた。篠原教授はこれをさらに輸入乗数モデルに拡大して輸入価格と国内価格の相対価格変化の効果を論じているが、価格を内生化したマクロ・モデルにおける問題としてあつかっているわけではない。しかし本節の議論は篠原教授の結果に触発されるところ大である。(篠原, [3])。

$$\begin{aligned} p_t I &= b_0 p_t + b_1 p_t V + b_2 p_t K_{-1} \\ &= b_0 p_t + b_1 \frac{p_t}{p} Y + b_2 p_t K_{-1} \end{aligned}$$

であるから、投資係数は

$$\begin{aligned} \frac{d(p_t I)}{dY} &= b_0 \frac{dp_t}{dY} + b_1 \frac{p_t}{p} + b_1 Y \left(\frac{1}{p} \frac{dp_t}{dY} - \frac{p_t}{p^2} \frac{dp}{dY} \right) + b_2 \frac{dp_t}{dY} K_{-1} \\ &= b_0 \frac{p_t}{Y} e_{p_t} + b_1 \frac{p_t}{p} + b_1 \frac{p_t}{p} (e_{p_t} - e_p) + b_2 \frac{p_t}{Y} K_{-1} \cdot e_{p_t} \end{aligned}$$

となる。 $\frac{p_t I}{Y} = \frac{b_0 p_t}{Y} + \frac{b_1 p_t}{p} + \frac{b_2 p_t K_{-1}}{Y}$ であることから、

$$\frac{d(p_t I)}{dY} = e_{p_t} \frac{p_t I}{Y} + (1 - e_p) \frac{b_1 p_t}{p} \quad (9)$$

となる。基準時点における名目所得乗数は

$$\frac{dY}{d(p_0 A)} = \frac{1}{1 - \left[e_{p_0} \frac{C}{Y} + (1 - e_{p_0}) a_1 + e_{p_t} \frac{I}{Y} + (1 - e_p) b_1 \right]} \quad (10)$$

これを(7)で与えられている実質乗数と比較しよう。一見予想されるように $e_p = e_{p_t} = e_{p_0}$ となるとき、つまり相対価格体系が不変であるとき、両者が一致するかというそうではない²⁾。両者が一致するためには、さらに $\frac{C}{Y} = a_1$ かつ $\frac{I}{Y} = b_1$ でなければならない。

(Ⅲ. 3) 投資関数に価格デフレーターがあらわれる場合

以上は投資関数を能力原理型で設定し、実質タームでみるかぎり相対価格の問題が生じない場合の議論である。もしこれにかえて、利潤原理型の投資関数を

$$I = b_0 + a_1 \frac{Y}{p_t} + b_2 K_{-1}$$

と設定すれば、乗数の内容はどのようにかわるであろうか。このとき投資関数は消費関数と平行的なあつかいが可能となる。すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dV} &= b_1 \frac{p}{p_t} + b_1 V \left(\frac{1}{p_t} \frac{dp}{dV} - \frac{p}{p_t^2} \frac{dp_t}{dV} \right) \\ &= b_1 \frac{p}{p_t} \cdot \frac{1 - e_{p_t}}{1 - e_p} \end{aligned} \quad (11)$$

2) エバンス, [1] (p. 348) はこの点であやまりをおかしている。

また

$$\frac{d(p_t I)}{dY} = (1 - e_{pt})b_1 + e_{pt} \frac{p_t I}{Y}$$

したがって実質所得乗数および名目所得乗数は基準時点において、それぞれ次のようになる。

$$\frac{dV}{dA} = \frac{1}{1 - a_1 \frac{1 - e_{pc}}{1 - e_p} - b_1 \frac{1 - e_{pt}}{1 - e_p}} \quad (7)'$$

$$\frac{dY}{d(p_a A)} = \frac{1}{1 - \left[e_{pc} \frac{C}{V} + (1 - e_{pc})a_1 + e_{pt} \frac{I}{V} + (1 - e_{pt})b_1 \right]} \quad (10)'$$

実質所得乗数は価格変化を考慮に入れる場合でも相対価格が変化しないかぎり一定である、という命題はこの場合も成立する。

もし、表1におけるように、

$$e_{pt} < e_p$$

とすれば、実質・名目所得乗数はともに(7)(10)におけるよりも小さくなることになる。

輸入によるリーケジを考慮する場合も同様にあつかうことができる。わが国の輸入がそうであるように非競争的輸入財が支配的である場合、輸入関数は

$$M = c_0 + c_1 V$$

と設定される。このとき、

$$\frac{dM}{dV} = c_1$$

$$\frac{d(p_m M)}{dY} = e_{pm} \frac{p_m M}{Y} + (1 - e_p)c_1$$

となる。これをさきの消費係数・投資係数と組み合わせることによって、衝撃乗数を求めることは簡単であろう。

さらに、以上の議論を長期乗数にかんして拡大することができる。消費・投資・輸入の限界係数を長期係数におきかえ、価格弾力性も長期の（均衡水準のシフトに対応する）弾力性と考えれば、以上の乗数の与え方はそのままで長期名目所得乗数・長期実質所得乗数を与えることになる。しかも全弾力性の元来

あいまいな内容がこの場合には比較的明瞭になる。なぜなら、経済計画でとりあつかわれるように個々の価格指数の上昇率を一定限度におさえるべく、いくつかの政策変数の経路が与えられるとき、それぞれの価格指数の全弾力性は当然ある特定の値をとるからである。

(Ⅲ. 4) 均衡財政下の政府支出乗数

財政収支均衡という制約の下で簡単な教科書的モデルでは、政府支出乗数は1であることが、知られている。以上の議論のひとつの応用としてこの問題を考えてみよう。簡単のために投資を外生変数として扱う。租税関数を導入すれば、モデルはつぎの通りである。

$$\begin{aligned} p_c C &= a_0 p_c + a_1 (Y - T) \\ T &= t_0 + t_1 Y \\ Y &= p_c C + (\bar{p}_i I) + p_g G \\ p_g G &= T + \bar{S} \end{aligned} \quad (12)$$

政府支出の増加 $\Delta(p_g G)$ を租税関数の上方シフトによって均衡させようとするれば、

$$\Delta(p_g G) = \Delta t_0 + t_1 \Delta Y \quad (13)$$

また消費係数は

$$\begin{aligned} \frac{d(p_c C)}{dY} &= a_0 \frac{p_c}{Y} e_{p_c} + a_1 (1 - t_1) - a_1 \frac{dt_0}{dY} \\ &= \left(\frac{p_c C}{Y} - a_1 (1 - t_1) + \frac{a_1 t_0}{Y} \right) e_{p_c} + a_1 (1 - t_1) - a_1 \frac{dt_0}{dY} \\ &= e_{p_c} \frac{p_c C}{Y} + (1 - e_{p_c}) a_1 (1 - t_1) + \frac{a_1 t_0 e_{p_c}}{Y} - a_1 \frac{dt_0}{dY} \end{aligned}$$

(13)より、

$$= e_{p_c} \frac{p_c C}{Y} + (1 - e_{p_c}) a_1 (1 - t_1) + \frac{a_1 t_0 e_{p_c}}{Y} - a_1 \left(\frac{dG}{dY} - t_1 \right)$$

したがって、基準時点における貨幣所得乗数は、

$$\frac{dY}{d(p_g G)} = \frac{1 - a_1}{1 - \left[e_{p_c} \frac{C}{Y} + (1 - e_{p_c}) a_1 (1 - t_1) + a_1 t_1 + \frac{a_1 t_0 e_{p_c}}{Y} \right]} \quad (14)$$

となる。価格変化を無視して $e_{p_c} = 0$ とおけば、(14)式の右辺の分母は $1 - a_1$ と

なり、乗数は1となる。もし $e_{p_0} > 0$ ならば、通常平均消費係数 $\frac{C}{Y}$ が限界消費係数 $a_1(1-t_1)$ より大であることから、右辺の分母は $1-a_1$ より小となる。すなわち乗数はこのとき1を上まわることとなる。実際 $e_{p_0}=1$ という極端の場合を考えると、

$$\frac{dY}{d(p_0 G)} = \frac{1-a_1}{1-\left[\frac{p_0 C}{Y} + \frac{a_1 T}{Y}\right]}$$

であり、均衡財政下の政府支出乗数はかなり1を上まわることになる。

文 献

- [1] Evans, M., "Multiplier Analysis of a Post-war Quarterly U. S. Model and a Comparison with Several Other Models", *Review of Economic Studies*, 1966, No. 3, p. 337-360.
- [2] Hickman, B., "Dynamic Properties of Macroeconometric Models: An International Comparison", paper prepared for the SSRC Conference on "Is the Business Cycle Obsolete?"
- [3] 篠原三代平「実質所得乗数と貨幣所得乗数」『国民所得乗数論の拡充』有斐閣、昭和34年、第四章。